

Республикалық олимпиаданың I кезеңінің тапсырмалары II тур.

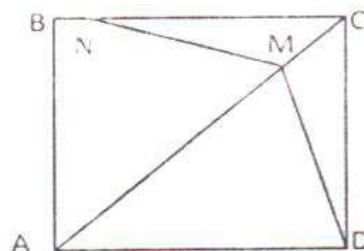
9 -сынып, әр тапсырма 7 ұнай. Уақыты 3 сағат

9 сынып II тур

1. $k^4 + 6^4$, k -бүтін сан, түріндегі жай сан табыла ма?
2. ABC үшбұрышының AD биіктігі BC қабырғасынан екі есе кіші. А бұрышты доғал болуы мүмкін бе?
3. a параметрінің қандай мәндерінде
$$\begin{cases} x+y+z=a+1, \\ xy+xz+yz=2a \\ xyz=a, \end{cases}$$
 жүйесі нақты шешімдерге ие?

9 класс II тур

1. Существует ли простое число вида $k^4 + 6^4$, k -целое?
2. Высота AD треугольника ABC вдвое меньше стороны BC. Может ли угол A быть тупым?
3. При каких значениях параметра a
$$\begin{cases} x+y+z=a+1, \\ xy+xz+yz=2a \\ xyz=a, \end{cases}$$
 система имеет точные решения?



№1

$$k^4 + 64 = k^4 + 8^2$$

$$(k^2 - 4k + 8)(k^2 + 4k + 8) = k^4 + 4k^3 + 8k^2 - 4k^3 - 16k^2 - 32k + 8k^2 + 32k + 8k^2 + 32k + 64 = k^4 + 64$$

Ендеше k нөлге келген шетінде $k^4 + 64$ саны екі санның көбейтіндісі түрінде жазылады.

жауабы: $k^4 + 64$, (k -бүтін сан) түріндегі жәмі саны жазылмайды.

6 ұнайт

№2

АВ биіктігінің А нүктесі мен О табаны сәйкесінше А нүктесінен өтетін СВ-ға перпендикуляр түзу мен С және В нүктелерінен өтетін түзуи тікесі болыа. О нүктесі ВС-нің ортасы болған жағдайда координаттары болса деп есептеп, А нүктесін аударып, онда А бұрышы 0° -ден 90° -дейін және 90° -тан 0° -ге дейін өзгереді. Ендеше А бұрышы дотан болмайды.

жауабы: А бұрышы дотан болмайды

6 ұнайт

№3

Барын 1 ұнайт

№1.

$$k^4 + 64 = k^4 + 8^2$$

$$(k^2 - 4k + 8)(k^2 + 4k + 8) = k^4 + 4k^3 + 8k^2 - 4k^3 - 16k^2 - 32k + 8k^2 + 32k + 8k^2 + 32k + 64 = k^4 + 64$$

Ендеше k -ның кез келген мәтінде $k^4 + 64$ саны екі санның көбейтіндісі түрінде жазылады.

Жауабы: $k^4 + 64$, (k -бүтін сан) түріндегі жай сан байланысты.

Е. Чнайт

№2.

АВ биссектрисасы А төбесі мен В табаны арасындағы нүктесінен өтетін СВ-ға параллель түзу мен С және В нүктелерінен өтетін түзуге тиісті болады. В нүктесі ВС-ның ортасы болған жағдайда координаталар басы деп алсақ, А нүктесі өзгермейді. Сонда А бұрышы 0-ден 90° -ге дейін және 90° -тан 0-ге дейін өзгереді. Ендеше А бұрышы дотан басталады.

Жауабы: А бұрышы дотан басталады.

Е. Чнайт

№3.

$$t^3 - (a+1)t^2 + 2at - a = 0 \Rightarrow t^3 - at^2 - t^2 + 2at - a = 0 \Rightarrow t^2(t-1) - a(t-1)^2 = 0$$

$$(t-1)(t^2 - at + a) = 0 \Rightarrow t=1 \text{ немесе } t^2 - at + a = 0 \Rightarrow D = a^2 - 4a \geq 0 \Rightarrow a(a-4) \geq 0$$

Жауабы: $a \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

Е. Чнайт

Барлығы: 18 Чнайт

Жалпы білім беретін пәндер бойынша Республикалық

Олимпиаданың II кезеңінің бағалау туралы

ведомость

Пәні
Сынып

Математика
9

	Шифр, код	Қатысушының жеке сәйкестендіру номері	Балл II тур
1	M-09-03	080521654858	12
2	M-09-04	071128653227	18

Қазылар атқасының қолы:




А.Жумабаева

Д.Каукилова

Республикалық олимпиаданың I кезеңінің тапсырмалары II түр.

10 -сынып, әр тапсырма 7 ұпай. Уақыты 3 сағат.

1. Теңсіздікті дәлелденіз $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$

2. Ауданы 1-ге тең ABCD трапециясының BC және AD табандарының қатынасы 1:2 қатынасындай. K- AC диагоналының ортасы. DK түзуі AB қабырғасын L- түзінде қияды. BCKL төртбұрышының ауданын табындар.

3. $\begin{cases} x^2+xy=5 \\ y^2+xy=4 \end{cases}$ деулер жүйесін шешіндер

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2+xy} + \frac{4}{y^2+xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} = 1 \end{cases}$$

10 класс, II түр.

1. Докажите неравенство: $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$

2. В трапеции ABCD площади основания BC и AD относятся как 1:2. Пусть K- середина диагонали AC. Прямая DK пересекает сторону AB в точке L. Найдите площадь четырехугольника BCKL.

3. Решите систему уравнений: $\begin{cases} \frac{5}{x^2+xy} + \frac{4}{y^2+xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} = 1 \end{cases}$

Добавлено примечание ([PW1]):

N1

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{(a+(b+c))^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{a^2+2a(b+c)+(b+c)^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \geq 3ab+3ac+3bc$$

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac \quad | \cdot 2 \text{ көбейтеміз}$$

$$2a^2+b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ac$$

$$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2 \geq 0$$

демектеңді.

Ғұсрай

N2

LD соғса, $\triangle BLN$ үшбұрышының қарастырамыз $N \in BC$

$$\triangle BLN = \triangle ALB$$

$$\frac{BN}{AB} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN}{2x} = \frac{BL}{AL}$$

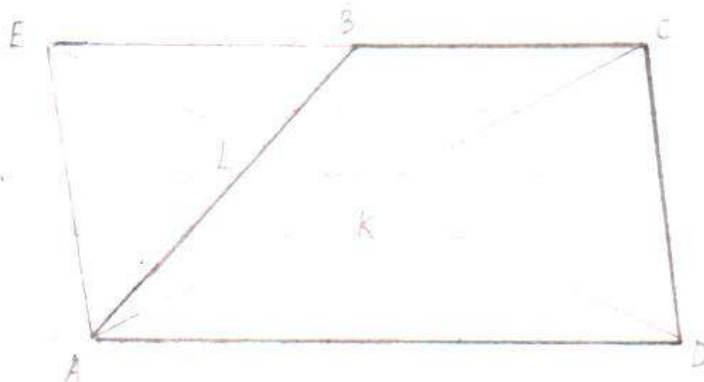
$$\frac{BN+x}{2x} = \frac{AL}{AC} = 1$$

$$BN = x$$

$$\frac{x}{2x} = \frac{BL}{AL}$$

$$AL = 2BL$$

$$S_{ALD} = 4 \cdot S_{BNL}$$



h_1, h_2 ΔNBL және ΔALD ұштарының биіктіктері

11-10-05

N2

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{6 - S_{ALD}}{2} + S_{ALD} = \frac{5S_{ALD}}{4}$$

$$S_{ALD} = 4$$

$$S_{BNL} = 1$$

$$2(1 + S_{BLAC}) + (4 - 1 - S_{BLAC}) + S_{BLAC} = 9$$

$$S_{ALD} = \frac{3x \cdot (h_1 + h_2)}{2} = 9$$

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{xh_1}{2} + xh_2$$

$$S_{BLAC} = 2$$

бұлай

N3 $AD: x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2 + xy} + \frac{4}{y^2 + xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2 + xy} - \frac{1}{y^2 + xy} = 1 \end{cases}$$

1. $\frac{5y + 4x}{xy(x+y)} = \frac{13}{6}$

$$\frac{5y + 4x}{8y - x} = \frac{13}{6}$$

2. $\frac{8y - x}{xy(x+y)} = 1$

$$8y - x = xy(x+y)$$

$$30y + 24x = 104y - 13x$$

$$44y = 34x$$

$$2y = x$$

1-ші теңдеуге қоямыз

$$\frac{5y + 8y}{2y^2(2y+y)} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13y}{2y^2 \cdot 3y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13}{6y^2} = \frac{13}{6} \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{жауап: } (-2, -1) \vee (2, 1)$$

бұлай

Баранто. 18-ші

$$N1. \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2 \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{(a+(b+c))^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{a^2+2a(b+c)+(b+c)^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \geq 3ab+3ac+3bc$$

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac \quad / \cdot 2 \text{ көбейтеміз}$$

$$2a^2+2b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ac$$

$$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2 \geq 0 \quad \text{дәлелденді}$$

Ғынаи

N2. $\angle D$ сөзін ΔBLN үшбұрышының қарастырамыз
 $N \in BC$

$$\Delta BLN = \Delta ABL$$

$$\frac{BN}{AB} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN}{2x} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN+x}{2x} = \frac{BK}{KC} = 1$$

$$BN = x$$

$$\frac{x}{2x} = \frac{KL}{AL}$$

$$AL = 2BL$$

$$S_{ALD} = 4 \cdot S_{BNL}$$

h_1, h_2 ΔBNL және ΔALD үшбұрыштарының биіктіктері

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{6 - S_{AKB}}{2} + S_{AKD} = \frac{5S_{AKB}}{4}$$

$$S_{ALD} = 4$$

$$S_{BNL} = 1$$

$$2(1 + S_{AKB}) + (4 - 1 - S_{AKB}) + S_{AKB} = 9$$

$$S_{AKB} = \frac{3x \cdot (h_1 + h_2)}{2} = 9$$

$$S_{BNL} + S_{AKB} = \frac{xh_1}{2} + x = 9$$

$$S_{AKB} = 2$$

Ғынаи

N3. $10 \cdot x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$

7-10-06

N2

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2+xy} + \frac{4}{y^2+xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2+xy} - \frac{1}{y^2+xy} = 1 \end{cases}$$

$$1. \frac{5y+4x}{xy(x+y)} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{5y+4x}{8y-x} = \frac{13}{6}$$

$$2. \frac{8y-x}{xy(x+y)} = 1$$

$$8y-x = xy(x+y)$$

$$30y+24x = 104y-13x$$

$$24y = 87x$$

$$2y = x$$

или нулевой знаменатель

$$\frac{5y+8y}{2y^2(2y+y)} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13y}{2y^2 \cdot 3y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13}{6y^2} = \frac{13}{6} \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

поэтому: $(-2, -1) \vee (2, 1)$

были

**Жалпы білім беретін пәндер бойынша Республикалық
олимпиаданың II кезеңінің бағалау туралы
ведомость**

Пәні :
Сынып:

__Математика__
10

	Шифр, код	Қатысушының жеке сәйкестендіру номері	Балл Штур
1	M-10-05	061103651295	18
2	M-10-06	070409550142	18

Қазылар алқасының қолы:

 А.Жумабаева
 Д.Каукилова

Республикалық олимпиаданың I кезеңінің тапсырмалары II тур.

11 -сынып, әр тапсырма 7 ұпай. Уақыты 3 сағат.

1. $x \neq 0, x \neq 1$ шарты орындалатындай функционалдық теңдеудің барлық шешімін табыңдар:
$$f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1 + x$$
2. Теңсіздікті шешіңдер: $\frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 8$ мұндағы $a > 0, b > 0$
3. 8×8 шахмат тақтасында барлық қара шаршы таңдалып алынатындай және әрбір жолмен әрбір бағанада дәл 7 шаршы таңдалып алынатындай 56 әр түрлі шаршыны қанша тәсілмен таңдап алуға болады?

11-класс II тур

1. Найдите все решения функционального уравнения $f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1 + x$ при условии, что $x \neq 0, x \neq 1$.
2. Докажите неравенство: $\frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 8$ где $a > 0, b > 0$
3. Сколькими способами можно выбрать 56 различных клеток на шахматной доске 8×8 так, чтобы все черные клетки были выбраны, а в каждой строке и в каждом столбце было выбрано ровно по 7 клеток?

1) $f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x, x \neq 0$
 $x \neq 1, f(x) = ?$

Ш: $x = \frac{1}{1+z} (z \neq 0; z \neq 1)$

$f\left(\frac{1}{1-z}\right) + f(z) = \frac{2-z}{1-z} \quad (1)$

$x = \frac{y+1}{y} (y \neq 0, y \neq 1)$

$f\left(\frac{y+1}{y}\right) + f\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{2y+1}{y} \quad (2)$

① ② өрнекті $y, z = -1, x$ -ке ауыстырып түсіе құраламыз

$f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x$

$f\left(\frac{x-1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{2x-1}{x}$

$f\left(\frac{1}{1-x}\right) + f(x) = \frac{2-x}{1+x}$

$f\left(\frac{x-1}{x}\right), f\left(\frac{1}{1-x}\right)$ - мерді арылтсаң

$f(x) = \frac{1+x^2x^3}{2x(1-x)}$

5 ұпай

2. $\frac{a^3+2a^2+a+b^3+2ab^3+b}{ab} \geq 8$

$\frac{a^3+2a^2-2ab+b^3+2b^3}{ab} \geq 0$

$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 8$

$a \geq 0,0476955 \quad b > 0$

$a \leq 0,0476355 \quad b \leq -1,64298$

$a > 0,0476355$

$b > 0$

$a > 0,0476355$

$b \leq \frac{-2\sqrt{2}(-24a-1)}{3}$

$3 - (-27a^3 + 9\sqrt{3}) \sqrt{3a^4 + 12a^5 + 5a^4 - 152a^3 + 91a^2 - 4a - 17(a+2)} - \frac{2}{3}$

$1 < a < 0 \quad \frac{6 < b \leq (-3\sqrt{2}(-24a-1))}{(3\sqrt{3-27a^3-54a^2+9\sqrt{3}}) + \frac{1}{3\sqrt{2}}}$

$1 - 27a^3 - 54a^2 + 9\sqrt{3} \quad 3\sqrt{3a^4 + 12a^5 - 5a^4 - 152a^3 + 91a^2 - 4a - 17(a+2)} - \frac{2}{3}$

$a \approx 0,0476955$

$b \approx 0,178508$

5 ұпай

3.

Әзімшарттарды қанағаттандыратын тақтаға "тандалмаған" k жасушаларды орналастыру

әдістерінің санын есептейміз 3,5 тде ұшымызды тандау әдістерінің саны 3,2,1 болады

(бір көздегенден 2 "тандалмаған ұшымыздар" болмауы үшін сол сияқты 2,4,6,8 Вертикаль үшін

барлық жолдар болады $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 576$.

5 ұпай

15 ұпай

W: $x = \frac{1}{1+z}$ ($z \neq 0, z \neq 1$)

$$x = \frac{y-1}{y} \quad | y \neq 0, y \neq 1 |$$

$$F\left(\frac{y-1}{y}\right) + F\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{2y-1}{y} \quad |2|$$

①, ② ефекти y, z -ти x -ке аусесторон нийц бүрэлдэх

$$F(x) + F\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x$$

$$f\left(\frac{x-1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{2x-1}{x}$$

$$F\left(\frac{1}{1-x}\right) + F(x) = \frac{2-x}{1-x}$$

$$f\left(\frac{x-1}{x}\right), f\left(\frac{1}{1-x}\right) - \text{neggi arastmay}$$

$$F(x) = \frac{1+x^2-x^3}{2x(1-x)}$$

$$2 \quad \frac{a^5 + 2a^2 + a + b^5 + 1b^3 + b}{ab} \quad 7,0$$

$$\frac{a^3 + 12a^2 - 8ab + a + b^3 + 16b}{ab} \geq 0$$

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} + \frac{ab}{b} + \frac{ab}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad 7/8$$

$$1 < a < 0 \quad 5 < b \leq -\frac{|\sqrt{2}| - 24a - 1}{|3\sqrt{-2a^3 - 54a^2 + 9\sqrt{5}}| + 2\sqrt{2}}$$

$$1 - 27a^3 - 54a^2 + 9\sqrt{3} \sqrt{3a^6 + 12a^5 + 5a^4 - 151a^3 + 91a^2 - 4a - 17} + 2 \sqrt{1 - \frac{2}{3}}$$

$$a \approx 0.0476955 \quad b > 0$$

$$a \approx 0,0416955 \quad b \angle -164298$$

Q7010416955

$$a > 0,04 \pm 6955$$

$$b \pm \sqrt{1 - 24a - 1}$$

$$3 \sqrt{-27a^3 + 9\sqrt{3}\sqrt{5a^6 + 12a^5 + 5a^4 - 152a^3 + 9a^2 - 4a - 17}a + 1}^{6-\frac{2}{3}}$$

$$a \approx 0,0476955$$

$$b \approx -0,178508$$

[illegible]

Барнет 701" 15 4мми

Жалпы білім беретін пәндер бойынша Республикалық
Олимпиаданың I кезеңінің бағалау туралы
ведомость

Пәні
Сынып:

__Математика__
11

	Шифр, код	Қатысушының жеке сәйкестендіру номері	Балл II тур
1	M-11-01	071128653227	10
2	M-11-02	060406550042	9

Қазылар алқасының қолы:

 А.Жумабаева
 Д.Каукилова