

№1

$$k^4 + 64 = k^4 + 8^2$$

$$(k^2 - 4k + 8)(k^2 + 4k + 8) = k^4 + 4k^3 + 8k^2 - 4k^3 - 16k^2 - 32k + 8k^2 + 32k + 8k^2 + 32k + 64 = k^4 + 64$$

Ендеше k -ның кез-келген мәнінде $k^4 + 64$ саны екі санның көбейтіндісі түрінде жазылады.

Мысалы: $k^4 + 64$, (k -бүтін сан) түріндегі жекі сан табылмайды.

№2

$\triangle ABC$ бикетінің A төбесі мен O табаны сәйкесінше A нүктесінен өтетін BC -ға перпендикуляр түзу мен C және B нүктелерінен өтетін түзуге тиісті болады. O нүктесі BC -нің ортасы болған жағдайда координаттар бұла деп қабылдап, A нүктесін аударып, сонда A бұрыш 0° -ден 90° -дейін және 90° -тан 0° -ге дейін өзгереді. Ендеше A бұрыш дотан болмайды.

Мысалы: A бұрыш дотан болмайды.

№3

N1.

$$k^4 + 64 = k^4 + 8^2$$

$$(k^2 - 4k + 8)(k^2 + 4k + 8) = k^4 + 4k^3 + 8k^2 - 4k^3 - 16k^2 - 32k + 8k^2 + 32k + 8k^2 + 32k + 64 =$$

$$= k^4 + 64$$

Ендеше k -нің кез келген мәтінде $k^4 + 64$ саны екі санның көбейтіндісі түрінде жазылады.

Жауабы: $k^4 + 64$, (k -бүтін сан) түріндегі жай сан болмайды.

N2.

АВ биссектрисы А төбесі мен В табаны арасындағы нүктесінен өтетін СВ-ға перпендикуляр және С және В нүктелерінен өтетін түзуде жатыр. В нүктесі СВ-ның ортасы болған жағдайда координаталар басқа деп жеткен, А нүктесін өзгертеміз. Сонда А бұрышы 0-ден 90° -дейін және 90° -тан 0-ге дейін өзгереді. Ендеше А бұрышы дағдай болмайды.

Жауабы: А бұрышы дағдай болмайды.

N3.

$$t^3 - (a+1)t^2 + 2at - a = 0 \Rightarrow t^3 - at^2 - t^2 + 2at - a = 0 \Rightarrow t^2(t-1) - a(t-1)^2 = 0$$

$$(t-1)(t^2 - at + a) = 0 \Rightarrow t=1 \text{ немесе } t^2 - at + a = 0 \Rightarrow D = a^2 - 4a \geq 0 \Rightarrow a(a-4) \geq 0$$

Жауабы: $a \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

$$N1. \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2 \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{(a+(b+c))^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{a^2+2a(b+c)+(b+c)^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \geq 3ab+3ac+3bc$$

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac \quad \cdot 2 \text{ көбейтіміз}$$

$$2a^2+2b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ac$$

$$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2 \geq 0 \quad \text{дәлелденді}$$

N2. $\angle D$ созса, $\triangle BLN$ үшбұрышының қарастырылауы

$$N \in BC$$

$$\triangle BLN = \triangle ABL$$

$$\frac{BN}{AB} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN}{2x} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN+x}{2x} = \frac{BK}{KC} = 1$$

$$BN=x$$

$$\frac{x}{2x} = \frac{KL}{AL}$$

$$AL=2BL$$

$$S_{ALD} = 4 \cdot S_{BNL}$$

h_1, h_2 $\triangle BNL$ және $\triangle ALD$ үшбұрыштарының биіктіктері

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{6 - S_{ALD}}{2} + S_{ALD} = \frac{5S_{ALD}}{4}$$

$$S_{ALD} = 4$$

$$S_{BNL} = 1$$

$$2(1 + S_{BLK}) + (4 - 1 - S_{BLK}) + S_{BLK} = 9$$

$$S_{ADCD} = \frac{3x \cdot (h_1 + h_2)}{2} = 9$$

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{xh_1}{2} + xh_2$$

$$S_{BKLS} = 2$$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

N3. $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$

N2

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2+xy} + \frac{4}{y^2+xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2+xy} - \frac{1}{y^2+xy} = 1 \end{cases}$$

$$1. \frac{5y+4x}{xy(x+y)} = \frac{13}{6}$$

$$2. \frac{8y-x}{xy(x+y)} = 1$$

$$8y-x = xy(x+y)$$

$$\frac{5y+4x}{8y-x} = \frac{13}{6}$$

$$30y+24x = 104y-13x$$

$$74y = 87x$$

$$2y = x$$

или нулевой знаменатель

$$\frac{5y+8y}{2y^2(2y+y)} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13y}{2y^2 \cdot 3y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13}{6y^2} = \frac{13}{6} \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

ответы: $(-2, -1) \vee (2, 1)$

N1

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{(a+(b+c))^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$\frac{a^2+2a(b+c)+(b+c)^2}{9} \geq \frac{ab+ac+bc}{3}$$

$$a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \geq 3ab+3ac+3bc$$

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac / \cdot 2 \text{ көбейтеміз}$$

$$2a^2+b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ac$$

$$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2 \geq 0 \text{ дәлелденді.}$$

N2

LD соғса, $\triangle BNL$ үшбұрышы қарастырамыз

$N \in BC$

$$\triangle BNL = \triangle ABL$$

$$\frac{BN}{AB} = \frac{BL}{AL}$$

$$\frac{BN}{2x} = \frac{BL}{AL}$$

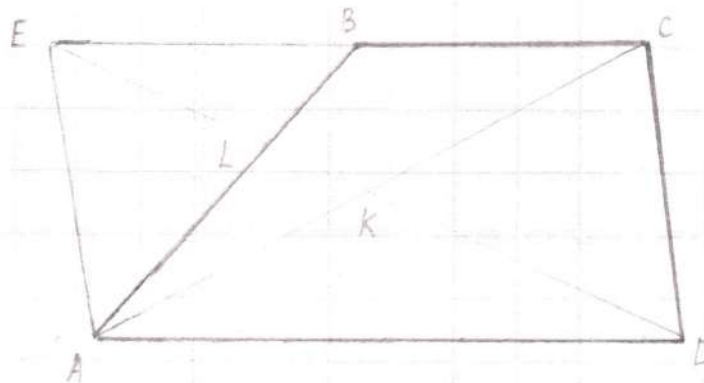
$$\frac{BN+x}{2x} = \frac{AL}{AC} = 1$$

$$BN = x$$

$$\frac{x}{2x} = \frac{KL}{AL}$$

$$AL = 2BL$$

$$S_{ALD} = 4 \cdot S_{BNL}$$



$h_1; h_2$ ΔNBL және ΔALD үшбұрыштарының биіктіктері

М-10-05

N.2

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{6 - S_{ALD}}{2} + S_{ALD} = \frac{5S_{ALD}}{4}$$

$$S_{ALD} = 4$$

$$S_{BNL} = 1$$

$$2(1 + S_{BLKC}) + (4 - 1 - S_{BLKC}) + S_{BLKC} = 9$$

$$S_{ABCD} = \frac{3x \cdot (h_1 + h_2)}{2} = 9$$

$$S_{BNL} + S_{ALD} = \frac{xh_1}{2} + xh_2$$

$$S_{BLKC} = 2$$

N3 $AO \cdot x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2 + xy} + \frac{4}{y^2 + xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2 + xy} - \frac{1}{y^2 + xy} = 1 \end{cases}$$

1. $\frac{5y + 4x}{xy(x+y)} = \frac{13}{6}$

$$\frac{5y + 4x}{8y - x} = \frac{13}{6}$$

2. $\frac{8y - x}{xy(x+y)} = 1$

$$8y - x = xy(x+y)$$

$$30y + 24x = 104y - 13x$$

$$44y = 37x$$

$$2y = x$$

1-ші теңдеуді қоямыз

$$\frac{5y + 8y}{2y^2(2y+y)} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13y}{2y^2 \cdot 3y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{13}{6y^2} = \frac{13}{6} \Rightarrow y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2 \\ y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Жауабы: $(-2; -1) \vee (2; 1)$

$$1. F(x) + F\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x, \quad x \neq 0$$

$$x \neq 1, \quad F(x) = ?$$

$$Ш: x = \frac{1}{1+z} \quad (z \neq 0; z \neq 1)$$

$$F\left(\frac{1}{1-z}\right) + F(z) = \frac{2-z}{1-z} \quad (1)$$

$$x = \frac{z-1}{y} \quad (y \neq 0, y \neq 1)$$

$$F\left(\frac{z-1}{y}\right) + F\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{2y-1}{y} \quad (2)$$

(1), (2) өрнектерін y, z -мі x -ке ауыстырып түіе сурамыз

$$F(x) + F\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x$$

$$F\left(\frac{x-1}{x}\right) + F\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{2x-1}{x}$$

$$F\left(\frac{1}{1-x}\right) + F(x) = \frac{2-x}{1-x}$$

$$F\left(\frac{x-1}{x}\right), F\left(\frac{1}{1-x}\right) - \text{негізгі аргумент}$$

$$F(x) = \frac{1+x^2-x^3}{2x(1-x)}$$

$$2. a^3 + 2a^2 + a + b^3 + 2b^2 + b \geq 0$$

$$\frac{a^3 + 2a^2 + a + b^3 + 2b^2 + b}{ab} \geq 0$$

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \geq 0$$

$$1 < a < 0, \quad 0 < b \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}(-24a-1)$$

$$1/(-17a^3 - 54a^2 + 9\sqrt{3}\sqrt{3a^5 + 12a^4 + 5a^3 - 15a^2 + 9a - 17}) + 1/2 \geq \frac{1}{3}$$

$$a \approx 0,0476955$$

$$b \approx -0,178508$$

3. Біз шармдарға банататмендерімен мақта "маңдалмалар", ақ масушаларға орналасуы әдістерінің сәйкес есептейміз 3,5. 7-де ұяштарға маңдау әдістерінің сәйкес 3,211 балада бір көздегенінен 2 "маңдалмалар" ұяштар, балмау үшін. Сол сияқты 2,4,6,8 бермекке үшін. Тармақ маңдау балада $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24^2 = 576$

$$1) f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x, x \neq 0$$

$$x \neq 1, f(x) = ?$$

$$m: x = \frac{1}{1+z} \quad (z \neq 0; z \neq 1)$$

$$f\left(\frac{1}{1+z}\right) + f(z) = \frac{2-z}{1-z} \quad (1)$$

$$x = \frac{y}{y+1} \quad (y \neq 0, y \neq 1)$$

$$f\left(\frac{y}{y+1}\right) + f\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{2y}{y} \quad (2)$$

① ② әрқатары y, z -ті x -ке ауыстырып теңдеу құрамыз

$$f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 1+x$$

$$f\left(\frac{x-1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{2x-1}{x}$$

$$f\left(\frac{1}{1-x}\right) + f(x) = \frac{2-x}{1-x}$$

$$f\left(\frac{x-1}{x}\right), f\left(\frac{1}{1-x}\right) \text{ - мерді арылтсаң}$$

$$f(x) = \frac{1+x^2x^3}{2x(1-x)}$$

$$2. \frac{a^3+2a^2+a+b^3+2ab^3+b}{ab} \geq 8$$

$$\frac{a^3+2a^2-8ab+a+b^3+2b^3}{ab} \geq 0$$

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 8$$

$$a \approx 0,0476955 \quad b > 0$$

$$a \approx 0,0476955 \quad b \leq -1,64298$$

$$a > 0,0476955$$

$$b > 0$$

$$a > 0,0476955$$

$$b \leq -\frac{3\sqrt{2}(-24a-1)}{2}$$

$$3 - (-27a^3 + 9\sqrt{3})\sqrt{3a^6 + 12a^5 + 5a^4 - 152a^3 + 91a^2 - 4a - 17(a+2)} - \frac{2}{3}$$

$$1 < a < 0$$

$$6 < b \leq -(3\sqrt{2}(-24a-1))$$

$$(3\sqrt{3-27a^3-54a^2+9\sqrt{3}}) + \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$(-27a^3 - 54a^2 + 9\sqrt{3}) - 3\sqrt{3a^6 + 12a^5 - 5a^4 - 152a^3 + 91a^2 - 4a - 17(a+2)} - \frac{2}{3}$$

$$a \approx 0,0476955$$

$$b \approx 0,178508$$

3.

Әзімшерттерді қанағаттандыратын тақтаға "тандалмаған" k жасушаларды орналастыру әдістерінің санын есептейміз 3,5 жде ұшықты тандау әдістерінің саны 3,2,1 болады (бір көрсеткіштен 2 "тандалмаған ұшықтар" болмауы үшін сол сияқты 2,4,6,8 Вертикаль үшін барлық жолдар болады $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 576$).